

Flexible Auslegungsrechnungen für Spülkaskaden

Teil 2

Von E. Giebler und K. Röbenack, Institut für Automatisierungstechnik, Technische Universität Dresden

-Fortsetzung aus Heft 2/2007-

4 Beispielrechnung

Das Vorgehen bei der Berechnung von Spülsystemanordnungen unter Verwendung des im *Abschnitt 3* präsentierten Modells soll an einer beispielhaften Rechnung dargestellt werden.

4.1 Problemstellung

Folgendes Problem wird betrachtet: In einem Behandlungsprozess hat die Hauptkomponente eine Konzentration von 100 g/l. Durch Verdunstung entsteht in dem warm arbeitenden Prozess ein stündliches Volumendefizit von drei Litern. Es wird pro Stunde die Ware auf zehn Warenträgern behandelt. Pro Warenträger werden 100 ml in den folgenden Spülprozess verschleppt. Durch das Spülen ist eine Restkonzentration der Hauptkomponente von 0,01 g/l sicherzustellen, das heißt es ist ein Spülkriterium von

$$R = c_{\text{do0}}/c_{\text{do,n}} = 10\,000$$

zu erreichen. Folgende Fragestellungen sind rechnerisch zu behandeln:

- Welcher Spülwasserbedarf entsteht bei Verwendung einer drei- beziehungsweise vierstufigen Gegenstromspülkaskade?
- Es muss von einer nicht idealen Spülvirkung (unvollständige Vermischung) ausgegangen werden. Welche Auswirkung hat das auf die Spülqualität beziehungsweise auf den Spülwasserbedarf?
- Durch Verdünnung der Prozesslösung sind über der Spülkaskade verringerte Verschleppungen zu erwarten. Wie wirkt sich das auf die Spülkonzentrationen beziehungsweise auf den Spülwasserbedarf aus?
- In den Spülstufen findet ebenfalls eine gewisse Verdunstung statt. Wie wirkt sich das aus?
- Wie kann der Spülwasserbedarf durch Installation von Spritzspüleinrichtungen gesenkt werden?
- Das Volumendefizit im Behandlungsprozess soll für eine Stoffrückführung durch Rückführung

von Spülwasser genutzt werden. Welcher Rückführgrad ist erreichbar? Kann der Rückführgrad durch Vortauschen der Ware wesentlich gesteigert werden?

- Wie ändert sich der Rückführgrad bei gedrosseltem Kaskadenvolumenstrom in die erste Spülstufe?

4.2 Aufstellung des Spülmodells

Wie oben beschrieben ist ein Gleichungssystem entsprechend *Gleichung <18>* aufzustellen. Für eine dreistufige Kaskadenfließspüle ergeben sich hier 12 Gleichungen, das heißt die Matrix *A* hat die Dimension 12 × 12 und die Vektoren *b* und *c* enthalten jeweils 12 Elemente. Das Modell für die dreistufige Kaskadenfließspüle hat somit die in *Abbildung 6* dargestellte Form. In Analogie lässt sich die vierstufige Kaskade durch ein System aus 15 Gleichungen beschreiben.

4.3 Berechnungsergebnisse

4.3.1 Spülwasserbedarf

In einer ersten Berechnung sollen die Konzentrationsverhältnisse für einen Frischwasservolumenstrom von $\dot{V}_{\text{fB}} = 10 \text{ l/h}$ berechnet werden. Die Überlaufvolumenströme sind bei gleichen Ein- und Ausschleppungen und vernachlässigbarer Verdunstung in den ungedrosselten Spülstufen gleich dem Frischwasservolumenstrom von 10 l/h (*Gl. <2>*).

Für die einfache Standardfließkaskade gelten die oben angegebenen Vereinfachungen (kein Vortauschen:

- $\dot{V}_{\text{do-1}} = \dot{V}_{\text{do10}} = 0$,
- ideale Vermischung: $\alpha_i = 0$,
- kein Spritzspülen: $\beta_i = 0$, $i = 1$ bis 3.

Bei Lösung des entsprechenden Gleichungssystems mit einem geeigneten Rechnerprogramm ergibt sich für die dreistufige Spülkaskade der Konzentrationsvektor *c* zu:

$$\begin{pmatrix}
 -\dot{V}_{of1} - \dot{V}_{oi1} & \dot{V}_{of2} & 0 & -\dot{V}_{do10} & \dot{V}_{do0} & -\dot{V}_{do1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & -\dot{V}_{of2} - \dot{V}_{oi2} & \dot{V}_{of3} & 0 & 0 & \dot{V}_{do1} & -\dot{V}_{do2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & -\dot{V}_{of3} - \dot{V}_{oi3} & 0 & 0 & 0 & \dot{V}_{do2} & -\dot{V}_{do3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 1 - \alpha_{10} & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & \alpha_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 1 - \alpha_1 & 0 & 0 & 0 & \alpha_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 - \alpha_2 & 0 & 0 & 0 & \alpha_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 - \alpha_3 & 0 & 0 & 0 & \alpha_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\
 \delta\beta_0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 - \beta_0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & \beta_1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 - \beta_1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & \beta_2 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 - \beta_2 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 - \beta_3
 \end{pmatrix}
 \begin{pmatrix}
 c_1 \\
 c_2 \\
 c_3 \\
 c_{do10} \\
 c_{do0} \\
 c_{do1} \\
 c_{do2} \\
 c_{do3} \\
 c_{mx0} \\
 c_{mx1} \\
 c_{mx2} \\
 c_{mx3}
 \end{pmatrix}
 =
 \begin{pmatrix}
 -c_1 \dot{V}_{do-1} \\
 0 \\
 -c_{if3} \dot{V}_{if3} \\
 -\alpha_{10} c_{-1} \\
 -(1 - \alpha_0) c_0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 -(1 - \delta) \beta_0 c_{if3} \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 -\beta_3 c_{if3}
 \end{pmatrix}$$

Abb. 6: Lineares Gleichungssystem für eine dreistufige Spülkaskade

$$\begin{aligned}
 \mathbf{c} &= (c_1 \quad c_2 \quad c_3 \quad c_{do10} \quad c_{do0} \quad c_{do1} \quad c_{do2} \\
 &\quad c_{do3} \quad c_{mx0} \quad c_{mx1} \quad c_{mx2} \quad c_{mx3})^T \\
 &= (9,99 \quad 0,99 \quad 0,09 \quad 0 \quad 100 \quad 9,99 \quad 0,99 \\
 &\quad 0,090 \quad 100 \quad 9,99 \quad 0,99 \quad 0,09)^T
 \end{aligned}$$

Wegen der idealen Vermischung sind die Verschleppungskonzentrationen gleich der Konzentrationen in den Spülstufen:

- $c_{do1} = c_1 = 9,99 \text{ g/l}$,
- $c_{do2} = c_2 = 0,99 \text{ g/l}$,
- $c_{do3} = c_3 = 0,09 \text{ g/l}$.

Die für die Spülqualität entscheidende Verschleppungskonzentration aus der dritten Spüle c_{do3} bedeutet, dass sich ein Spülkriterium von

$$R = c_{do0}/c_{do3} = 100 \text{ g/l} / 0,09 \text{ g/l} = 1111 < 21 >$$

ergibt. Für diesen einfachen Sonderfall kann das Ergebnis auch mit einer der zum Beispiel in [6] angegebenen analytischen Lösungsformeln verifiziert werden.

Wird Spülwassereinsatz auf $\dot{V}_{if3} = 20 \text{ l/h}$ gesteigert, ergibt eine erneute Berechnung der Konzentrationen ein Spülkriterium von $R = 8421$. Einige weitere Versuche zeigen, dass das geforderte Spülkriterium von $R = 10000$ mit der dreistufigen Spülkaskade bei einem Spülwassereinsatz von $\dot{V}_{if3} = 21,2 \text{ l/h}$ erreicht wird (Spülkonzentrationen: $c_1 = 4,72 \text{ g/l}$, $c_2 = 0,22 \text{ g/l}$, $c_3 = 0,01 \text{ g/l}$).

Bei Aufstellung und Lösung des Gleichungssystems für die vierstufige Kaskadenspüle ergibt sich für einen Spülwassereinsatz von $\dot{V}_{if3} = 10 \text{ l/h}$ bereits ein Spülkriterium von $R = 11111$. Weitere Rechnungen zeigen, dass in diesem Fall lediglich $\dot{V}_{if3} = 9,74 \text{ l/h}$ für das Soll-Spülkriterium von $R = 10000$ nötig sind. In

den folgenden Berechnungen soll nur mit der dreistufigen Kaskadenspüle weitergerechnet werden.

4.3.2 Unvollständige Vermischung

Die Wirkung von Tauchspülprozessen lässt insbesondere bei zu kurzen Tauchzeiten, unzureichender Durchmischung (geringe Konvektion) und bei geringen Konzentrationsdifferenzen (verringerte Diffusion) nach. So sollen für die erste Spüle noch ideale Vermischung $\alpha_1 = 0$ und für die zweite und dritte Spüle in Anlehnung an [7] als Koeffizienten der unvollständigen Vermischung angenommen werden:

$$\alpha_2 = 0,1, \quad \alpha_3 = 0,4.$$

Das bedeutet, dass sich in der dritten Spüle die Ausschleppungskonzentration nur noch zu 60 Prozent an die Spülkonzentration annähert.

Werden die entsprechenden Koeffizienten der unvollständigen Vermischung in dem in *Abbildung 6* dargestellten Gleichungssystem berücksichtigt, kann die verminderte Spülwirkung in der dreistufigen Spülkaskade berechnet werden. Bei einem Spülwassereinsatz von $\dot{V}_{if3} = 21,2 \text{ l/h}$ ergibt sich für den berechneten Konzentrationsvektor:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{c} &= (c_1 \quad c_2 \quad c_3 \quad c_{do10} \quad c_{do0} \quad c_{do1} \quad c_{do2} \\
 &\quad c_{do3} \quad c_{mx0} \quad c_{mx1} \quad c_{mx2} \quad c_{mx3})^T \\
 &= (4,69 \quad 0,21 \quad 0,018 \quad 0 \quad 100 \quad 4,69 \quad 0,66 \\
 &\quad 0,27 \quad 100 \quad 4,69 \quad 0,66 \quad 0,27)^T
 \end{aligned}$$

Es ist zu erkennen, dass die Ausschleppungskonzentrationen c_{do2} und c_{do3} jetzt einen höheren Wert als die Konzentrationen in der zweiten und dritten Spülstufe c_2 und c_3 haben. Die für die Spülqualität

entscheidende Verschleppungskonzentration aus der dritten Spüle nimmt einen Wert von $c_{do3} = 0,27 \text{ g/l}$ an. Das bedeutet, dass sich das Spülkriterium bei gleichem Spülwassereinsatz durch die unvollständige Vermischung von $R = 10\ 000$ auf $R = 366$ verringert! Weitere Rechnungen ergeben, dass zum Erreichen des Spülkriteriums $R = 10\ 000$ bei der angenommenen unvollständigen Vermischung ein Spülwassereinsatz von $\dot{V}_{if3} = 410 \text{ l/h}$ nötig wäre.

4.3.3 Unterschiedliche Verschleppung

Es soll für die dreistufige Spülkaskade wiederum vollständige Vermischung angenommen werden. Durch Verdünnung der Prozesslösung verringert sich die Verschleppung von 100 ml pro Wareträger (WT), die aus dem Behandlungsprozess verschleppt werden, auf 80 ml/WT aus der ersten Spüle und 70 ml/WT aus der zweiten und dritten Spüle. Entsprechend ergeben sich die Verschleppungsvolumenströme:

- $\dot{V}_{do0} = 1,0 \text{ l/h}$
- $\dot{V}_{do1} = 0,8 \text{ l/h}$
- $\dot{V}_{do2} = \dot{V}_{do3} = 0,7 \text{ l/h}$

Diese veränderten Verschleppungen und die daraus resultierenden Veränderungen in den Überlaufvolumenströmen ändern die Matrix *A* (Abb. 6). Eine Berechnung der Konzentrationsverhältnisse für den oben ermittelten Spülwassereinsatz von $\dot{V}_{if3} = 21,2 \text{ l/h}$ ergibt für die Verschleppungskonzentration aus der dritten Spüle $c_{do3} = 0,0054 \text{ g/l}$, das heißt ein Spülkriterium von $R = 17\ 929$. Weitere Rechnungen zeigen, dass zum Erreichen des Spülkriteriums $R = 10\ 000$ hier ein Spülwassereinsatz von $\dot{V}_{if3} = 17,4 \text{ l/h}$ ausreicht.

4.3.4 Verdunstung

Durch die Ware wird Wärme aus dem Behandlungsprozess in die Spüllösungen eingetragen. Es kommt zu einer gewissen Temperaturerhöhung insbesondere in der ersten Spülstufe. Dadurch wird eine Verdunstung von Spülwasser befördert. Folgende Verdunstungen werden angenommen:

- $\dot{V}_{evap1} = 0,5 \text{ l/h}$
- $\dot{V}_{evap2} = \dot{V}_{evap3} = 0,1 \text{ l/h}$

Ausgehend vom in *Abschnitt 4.3.1* beschriebenen Fall wird die Matrix *A* unter Berücksichtigung der veränderten Überlaufvolumenströme modifiziert.

Die Berechnung der Konzentrationsverhältnisse für den Spülwassereinsatz von $\dot{V}_{if3} = 21,2 \text{ l/h}$ zeigt, dass sich das Spülkriterium durch die Verdunstung nur wenig verringert:

$$c_{do3} = 0,0105 \text{ g/l} \Rightarrow R = 9\ 536$$

Weitere Rechnungen ergeben, dass zum Erreichen des Spülkriteriums von $R = 10\ 000$ nur eine Steigerung des Spülwassereinsatzes auf $\dot{V}_{if3} = 21,54 \text{ l/h}$ ausreicht. Bemerkenswert ist hierbei, dass der Mehreinsatz an Spülwasser $\Delta \dot{V}_{if3} = 0,34 \text{ l/h}$ geringer als die Summe der Verdunstung in den Spülstufen von $\Sigma \dot{V}_{evap} = 0,7 \text{ l/h}$ ist.

4.3.5 Spritzspülen

Zur Verbesserung der Spülwirkung werden über den drei Spülstufen Spritzspüldüsen installiert, die den Kaskadenvolumenstrom während des Herausfahrens der Wareträger auf die Ware sprühen. Als vorsichtige Schätzung der Wirkung des Spritzspülens werden in Anlehnung an die in [8] angegebenen Werte als Spritzspülkoeffizienten für alle drei Spülstufen

$$\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0,35$$

angenommen. Diese Spritzspülkoeffizienten sind im unteren Teil der Matrix *A* (Abb. 6) zu berücksichtigen. Eine Berechnung der Konzentrationsverhältnisse für den in *Abschnitt 4.3.1* für das Spülkriterium von $R = 10\ 000$ ermittelten Spülwassereinsatz von $\dot{V}_{if3} = 21,2 \text{ l/h}$ ergibt für die Verschleppungskonzentration aus der dritten Spüle $c_{do3} = 0,0029 \text{ g/l}$, das heißt ein Spülkriterium von $R = 34\ 639$. Eine Verringerung des Spülwasserbedarfs auf $\dot{V}_{if3} = 14,1 \text{ l/h}$ ist möglich, um das geforderte Spülkriterium von $R = 10\ 000$ sicherzustellen.

Interessant kann auch die Frage sein, inwieweit durch Spritzspülen Effekte unvollständiger Vermischung ausgeglichen werden können. Dazu sollen für den in *Abschnitt 4.3.2* beschriebenen Fall ($\alpha_1 = 0, \alpha_2 = 0,1, \alpha_3 = 0,4$) Spritzspüldüsen mit der oben angegebenen Wirkung für $\dot{V}_{if3} = 21,2 \text{ l/h}$ eingesetzt werden. Die Berechnung des Konzentrationsvektors ergibt für dieses Szenarium:

$$c = (c_1 \quad c_2 \quad c_3 \quad c_{do10} \quad c_{do0} \quad c_{do1} \quad c_{do2} \\ c_{do3} \quad c_{mx0} \quad c_{mx1} \quad c_{mx2} \quad c_{mx3})^T \\ = (4,71 \quad 0,14 \quad 0,0099 \quad 0 \quad 100 \quad 3,11 \quad 0,29 \\ 0,079 \quad 100 \quad 4,71 \quad 0,44 \quad 0,12)^T$$

An dem Ergebnis wird der Unterschied der im Konzentrationsvektor enthaltenen Größen deutlich. So gibt es für die dritte Spülstufe:

- die Konzentration in der Spülstufe $c_3 = 0,0099 \text{ g/l}$;
- die Konzentration beim Herausfahren der Ware unter Berücksichtigung der unvollständigen Vermischung $c_{\text{mx}3} = 0,12 \text{ g/l}$ und
- die endgültige Verschleppungskonzentration nach dem Spritzspülen $c_{\text{do}3} = 0,079 \text{ g/l}$.

Diese letzte Verschleppungskonzentration entspricht einem Spülkriterium von $R = 1\,263$. Die dramatische Wirkung der unvollständigen Vermischung lässt sich also nicht ohne weiteres durch den Einsatz von Spritzspüleinrichtungen kompensieren.

4.3.6 Spülwasserrückführung mit und ohne Vortauchen

Ein wichtiges Konzept zur Verringerung von Stoffverlusten ist die Rückführung von Spüllösung in den Behandlungsprozess [9]. Als Maß zur Wirkung dieser Maßnahme wird der Rückführgrad verwendet, der den in den Behandlungsprozess zurückgeführten zum aus dem Behandlungsprozess ausgehenden Stoffstrom ins Verhältnis setzt:

$$\gamma = \dot{m}_R / \dot{m}_{\text{do}0} \quad <22>$$

Wird das durch Verdunstung im Behandlungsprozess entstehende Volumendefizit von $\dot{V}_{\text{def}0} = 3 \text{ l/h}$ für eine Rückführung von Spüllösung aus der ersten Spülstufe verwendet, so ergeben sich für den in *Abschnitt 4.3.1* berechneten Fall eines Spülwassereinsatzes von $\dot{V}_{\text{if}3} = 21,2 \text{ l/h}$:

- eine Ausschleppung von $\dot{m}_{\text{do}0} = c_0 \dot{V}_{\text{do}0}$
 $= 100 \text{ g/l} \cdot 1 \text{ l/h} \quad <23>$
- eine Rückführung von $\dot{m}_R = c_1 \dot{V}_{\text{def}0}$
 $= 4,72 \text{ g/l} \cdot 3 \text{ l/h} \quad <24>$
- und somit ein Rückführgrad von $\gamma = 14,1 \%$.

Durch Anwendung eines Vortauchschritts kann der Rückführgrad gesteigert werden. Um diesen Effekt zu berechnen, werden in der Matrix *A* (*Abb. 6*) folgende Verschleppungsvolumenströme berücksichtigt:

- Einschleppung von Wasser aus der vorgelagerten Spüle $\dot{V}_{\text{do}1} = 1 \text{ l/h}$;
- Verschleppung aus der ersten Spüle in den Behandlungsprozess $\dot{V}_{\text{do}10} = 1 \text{ l/h}$.

Die Berechnung zeigt leicht veränderte Konzentrationsverhältnisse in der Spülkaskade:

$$c_{\text{do}3} = 0,0095 \text{ g/l} \Rightarrow R = 10\,471$$

Das geforderte Spülkriterium $R = 10\,000$ ist bereits für einen Spülwassereinsatz von $\dot{V}_{\text{if}3} = 20,9 \text{ l/h}$ erfüllt; in der ersten Spüle stellt sich in diesem Fall eine Konzentration von $c_1 = 4,57 \text{ g/l}$ ein. Die Rückführung setzt sich jetzt aus dem Ausgleich der Verdunstungsverluste und aus dem Vortauchen zusammen:

$$\dot{m}_R = c_1 \dot{V}_{\text{def}0} + c_{\text{do}1} \dot{V}_{\text{do}10} = (4,57 \cdot 3 + 4,57 \cdot 1) <25>$$

Damit ergibt sich nach *Gleichung <22>* ein Rückführgrad von $\gamma = 18,3 \%$.

4.3.7 Drosselung

Die Berechnungen des Rückführgrads zeigen, dass die Stoffrückführung im betrachteten Beispiel nicht sehr hoch ist. Ursache ist das relativ hohe Spülkriterium, welches auch bereits in der ersten Spülstufe zu verhältnismäßig geringen Konzentrationen führt. Der Rückführgrad kann gesteigert werden, indem die Konzentration in der ersten Spülstufe durch eine Drosselung des Kaskadenvolumenstroms angehoben wird. In diesem Fall wird also ein Teil des Volumenüberschusses der zweiten Spülstufe nicht in die erste Spülstufe geführt, sondern dem Spülsystem entzogen.

Es soll nochmals das Beispiel aus *Abschnitt 4.3.6* einer Rückführung durch Ausgleich der Verdunstungsverluste im Behandlungsprozess und durch Vortauchen ($\dot{V}_R = 4 \text{ l/h}$) betrachtet werden. Wird der für diesen Fall ermittelte Kaskadenstrom von $\dot{V}_{\text{if}3} = 20,9 \text{ l/h}$ in die erste Spüle zur Hälfte gedrosselt ($\dot{V}_{\text{ol}2} = 10,45 \text{ l/h}$), so ergibt sich ein Rückführgrad von $\gamma = 33,5 \%$. Allerdings kommt es dann auch zu einer Verletzung des Spülkriteriums ($R = 5\,457$). Ein Steigerung des Spülwassereinsatzes auf $\dot{V}_{\text{if}3} = 25,8 \text{ l/h}$ sichert das Spülkriterium und es ergibt sich bei der entsprechenden Drosselung von $\dot{V}_{\text{ol}2} = 12,9 \text{ l/h}$ ein Rückführgrad von $\gamma = 27,8 \%$. Durch eine stärkere Drosselung kann der Rückführgrad weiter gesteigert werden. Der maximale Rückführgrad ergibt sich bei einer Drosselung, die nur noch den für die Rückführung des Volumendefizits von $\dot{V}_{\text{def}0} = 3 \text{ l/h}$ benötigten Volumenstrom über die erste Spüle fließen lässt. Wie Berechnungen mit dem vorgestellten Modell zeigen, müssen in diesem Fall $\dot{V}_{\text{if}3} = 44,5 \text{ l/h}$ Spülwasser eingesetzt werden, um das Spülkriterium von $R = 10\,000$ sicherzustellen. In

der ersten Spüle stellt sich eine Konzentration von $c_1 = 20,3 \text{ g/l}$ ein, wodurch ein Rückführgrad von $\gamma = 81,1 \%$ erreicht wird.

5 Rechentechische Modellnutzung

5.1 Vorgehen

Zur Berechnung eines bestimmten Betriebsfalls wird wie folgt vorgegangen:

- Berechnung der Überlaufvolumenströme;
- Aufstellen des Gleichungssystems;
- Lösung des Gleichungssystems zur Berechnung des Konzentrationsvektors.

5.2 Rechnerwerkzeuge

Das Modell kann mit unterschiedlichen Software-Werkzeugen umgesetzt und gelöst werden. Geeignet sind mathematisch orientierte Werkzeuge, mit denen die Berechnungsvorschriften gleichungsmäßig in allgemeiner Form umgesetzt und für spezielle Zahlenwerte numerisch gelöst werden. Die diesem Beitrag zugrunde liegenden Berechnungen wurden beispielsweise mit der mathematischen Software *Matlab* [10] durchgeführt. Durch die matrixorientierte Darstellungsweise in *Matlab* entstehen sehr kompakte und flexible Formulierungen der entsprechenden Berechnungsroutinen. Außerdem stehen in *Matlab* leistungsfähige Algorithmen zur Lösung linearer Gleichungssysteme zur Verfügung. Eine Umsetzung des beschriebenen Modellansatzes in anderen Programmumgebungen ist natürlich auch möglich. So bietet die Freeware *Scilab* [11] vergleichbare Möglichkeiten zur Modellumsetzung wie das kommerzielle Werkzeug *Matlab*. Auch in tabellenorientierten Programmen wie *Excel* lassen sich die entsprechenden Berechnungsroutinen für versierte Nutzer umsetzen und lösen. Nachteilig ist hierbei jedoch, dass die Umsetzung für unterschiedliche Anzahlen von Kaskadenstufen wesentlich aufwändiger ist als in einem gleichungsorientierten Werkzeug.

5.3 Volumenstromberechnungen

Die Lösung des linearen Gleichungssystems zur Berechnung der Konzentrationen entspricht der direkten Berechnung eines bestimmten Betriebs-szenarios. In der Praxis stellt sich das Problem

jedoch häufig indirekt; das heißt, es werden Konzentrationen vorgegeben und die dazugehörigen Volumenströme sind gesucht. So wurden im oben beschriebenen Beispiel ein Spülkriterium und damit die Verschleppungskonzentration aus der letzten Spülstufe vorgegeben und der benötigte Spülwasservolumenstrom war gesucht. Zur Lösung eines solchen indirekten Problems reicht die einmalige Lösung des Gleichungssystems in der Regel nicht. Häufig kann durch gezielte manuelle Veränderung der gesuchten Größe das Ergebnis mit wenigen Berechnungsversuchen gefunden werden. Im Allgemeinen lässt sich die hierbei nötige Lösung eines Optimierungsproblems ebenfalls rechentechisch durchführen. So stehen in *Matlab* entsprechende Optimierungsroutinen zur Verfügung. In *Excel* lässt sich die Zielwertsuche verwenden.

5.4 Auslegungsrechnungen via Internet

Da nicht jeder potentielle Interessent an der Berechnung von Spülsystemen Zugriff auf geeignete Rechnerwerkzeuge hat beziehungsweise die entsprechenden Modellgleichungen nicht selbst umsetzen möchte, wurde eine Alternative gesucht, das hier vorgestellte Modell breit zugänglich zu machen. Als Lösung dieses Problems werden im Rahmen eines aktuell durchgeführten *AiF*-Forschungsprojekts [12] die entsprechenden Modelle in *Matlab* implementiert und über das Internet zugänglich gemacht [13]. Das entsprechende Berechnungsportal wird derzeit an der Technischen Universität Dresden aufgebaut und getestet. Es soll dann später bei der Deutschen Gesellschaft für Galvano- und Oberflächentechnik (*DGO*) dauerhaft installiert werden.

6 Zusammenfassung und Diskussion

Es wurde ein mathematisches Modell vorgestellt, das die stationären Verhältnisse in Gegenstrom-Fließspülkaskaden darstellt. Das Modell besteht aus einer Reihe linearer Gleichungen, welche die Konzentrationen und Volumenströme in Form konzentrierter Größen der Spülstufen beziehungsweise der Verschleppungen beschreiben. Durch die Berücksichtigung von Effekten unvollständiger Vermischung und von Spritzspülvorgängen wird im Modell zwischen:

- den Konzentrationen in den Spülstufen,

- den Verschleppungskonzentrationen nach unvollständiger Vermischung und
 - den Verschleppungskonzentrationen nach dem Spritzspülen
- unterschieden.

Ein wesentlicher Vorteil des vorgestellten Modellierungsansatzes ist, dass mit einer relativ geringen Anzahl von Gleichungen ein allgemeines Spülkaskadenmodell etabliert wird, welches sehr viele praktisch bedeutende Sonderfälle beschreibt. Ist dieses Modell einmal rechentechnisch umgesetzt, besteht eine große Flexibilität in der Anwendung. So ist das Modell strukturell flexibel, da:

- eine unterschiedliche Anzahl von Spülstufen,
- Vortauchschritte und
- die Drosselung von Spülstufen

betrachtet werden können. Ferner können über die Standardspülkaskade hinaus Spezialfälle wie

- Spritzspülen,
- unvollständige Vermischung,
- Verdunstung sowie
- unterschiedliche Ein- und Ausschleppung

berücksichtigt werden.

Im Gegensatz zu den in der Literatur in großer Zahl vorhandenen Berechnungsmodellen sind alle diese Sonderfälle in einem Modellansatz enthalten. Folglich entfällt die oft aufwändige Suche und Auswahl passender Modellgleichungen. Ferner bietet sich somit die Möglichkeit, neben der Berücksichtigung von Einzeleffekten auch die Überlagerung unterschiedlicher Effekte zu berechnen. Diese erweiterten Möglichkeiten unterscheiden das hier beschriebene Modell auch vom in [14] vorgestellten Spülkaskadenmodell, welches ebenfalls als Gleichungssystem formuliert wurde.

Die Grenzen des vorgestellten Modells liegen besonders in der Tatsache, dass es sich um ein rein statisches Modell handelt. Das bedeutet, dass die zeitlichen Verläufe von Konzentrationen nicht darstellbar sind. Somit beschränkt sich die Anwendung auf kontinuierliche beziehungsweise quasikontinuierlich betriebene Spülprozesse. Spülssysteme, in denen es zum Austausch größerer Volumina an Spüllösung kommt (Batchbetrieb), lassen sich mit statischen Modellen nicht berechnen. Aber auch in kontinu-

ierlich betriebenen Spülkaskaden ist zu berücksichtigen, dass der stationäre Betriebsfall ein Sonderfall ist, der sich unter Umständen erst nach erheblicher Betriebszeit einstellt. So kann es bei den häufig sehr trägen Spülssystemen insbesondere nach Neuansatz mit Frischwasser mitunter Wochen bis Monate dauern, bis sich stationäre Verhältnisse einstellen. Zur Darstellung von Zeitverläufen werden grundsätzlich andere Modelle und Rechnerwerkzeuge benötigt. Hierzu werden Prozesssimulationen nötig, wie sie zum Beispiel mit *Matlab/Simulink* unter Verwendung der *ECE-Toolbox* (siehe zum Beispiel [15, 16, 17]) durchgeführt werden können.

Schwierigkeiten bei der Anwendung des vorgestellten Modells können (wie bei jeder praktisch angewendeten Prozessmodellierung) bei der Beschaffung der nötigen Prozessparameter auftreten. Insbesondere für die Parameter zum Spritzspülen und zur unvollständigen Vermischung findet man nur sehr vereinzelte Angaben in der Literatur. Aber auch bei lediglich grob bekannten Parametern liegt ein wesentlicher Wert entsprechender Modellrechnungen in der Möglichkeit, durch Parametervariationen Aussagen über die Parameterempfindlichkeit der untersuchten Prozesse abzuleiten. Für genaue Auslegungsrechnungen sind experimentell ermittelte Parameterwerte nötig. Die dazu erforderlichen Versuche sind in der betrieblichen Praxis und insbesondere bei im Vorfeld nötigen Auslegungsrechnungen jedoch häufig mit Problemen verbunden. Um eine Verbesserung auf dem Gebiet der Parameterbeschaffung zu erreichen, werden in dem aktuell durchgeführten AiF-geförderten Forschungsprojekt [12], in dessen Rahmen auch dieser Beitrag entstand, Technikumsversuche durchgeführt. Dabei sollen Parameter exemplarisch bestimmt sowie Vorgehensweisen zur effektiven Parameterermittlung entwickelt und erprobt werden.

Danksagung

Dieser Beitrag ist im Rahmen des aus Haushaltsmitteln des Bundesministeriums für Wirtschaft und Arbeit (BMWA) über die Arbeitsgemeinschaft industrieller Forschungsvereinigungen Otto von Guericke e.V. geförderten AiF-Vorhaben Nr. 14 189 BR Modellierung und Simulation von Verfahrensprozessen in der Galvano- und Oberflächentechnik entstanden. Die Autoren danken für die Unterstützung.

Literatur

- [1] Verordnung über Anforderungen an das Einleiten von Abwasser in Gewässer – Anhang 40: Metallbearbeitung, Metallverarbeitung. 21. März 1997

- [2] Schwarz, R.; Bäßler, C.; Seifert, A. u. a.: Wirksamkeit des Vortau-chens – Zur Senkung von Elektrolytausschleppungen durch Vortau-chen; *Metalloberfläche* 52 (1998) 11, 860–868
- [3] Kubik, C.: Spülen – theoretische Grundlagen und Berechnungen der Spülsysteme – Teil I bis X; *Galvanotechnik* 88 (1997) 11 bis 92 (2001) 4
- [4] Kushner, J.; Kushner, A.: *Water and Waste Control for the Plating Shop*; Cincinnati, Gardner 2.ed. 1981
- [5] Clarke, M.: Rinsing: Part I – Theory of Recirculation and Chemical Rinsing; *Transactions of the Institute of Metal Finishing* 46 (1968) 201–208
- [6] Winkler, L.: Spülen – Qualitätssicherung und Umweltschutz – Teil 1 bis 10; *Galvanotechnik* 85 (1994) 9 bis 86 (1995) 12
- [7] Buczko, Z.: Multistage Rinsing Systems in Electroplating Lines – New Method of Calculating Based on Imperfect Mixing Model; *Transactions of the Institute of Metal Finishing* 71 (1993) 1, 26–29
- [8] Giebler, E.; Hauser, S.; Neumann, K.-H.; Reich, A.: Effektive Methode zur Untersuchung von Spritzspülprozessen; *Galvanotechnik* 95 (2004) 1, 214–221
- [9] Fischwasser, K.; Schwarz, R.; Süß, M.: Stoffverlustminimierte Prozesstechnik – Wann lohnen sich Regeneratoren und Konzentratoren? *Chemie Ingenieur Technik* 75 (2003) 6, 781–786
- [10] Matlab: <http://www.mathworks.de>
- [11] Scilab: <http://www.scilab.org>
- [12] AiF-Vorhaben Nr. 14 189 BR „Modellierung und Simulation von Verfahrensprozessen in der Galvano- und Oberflächentechnik“
- [13] TU Dresden, Institut für Automatisierungstechnik, Arbeitsgruppe Labor Geschlossene Stoffkreisläufe: <http://www.et.tu-dresden.de/ifa/lgs>
- [14] Giebler, E.: A General Steady State Model of Cascade Rinsing Systems; *Transactions of the Institute of Metal Finishing* 82 (2004) 3/4, 75–82
- [15] Hauser, S.; Giebler, E.: Elektrochemische Verfahren dynamisch modellieren – Teil 1: Allgemeines Konzentrations- und Volumenmodell für elektrochemische Prozesse in volldurchmischten Gefäßen; *Metalloberfläche* 55 (2001) 3, 36–39
- [16] Giebler, E.; Hauser, S.: Elektrochemische Verfahren dynamisch modellieren – Teil 3: Prozesssimulation – Vorgehen, Modellbibliothek, Anwendungsbeispiele; *Metalloberfläche* 55 (2001) 5, 22–26
- [17] Giebler, E.: Simulation von Verfahrensprozessen – Bibliothek von Simulationsmodellen für galvano- und oberflächentechnische Verfahrensprozesse. *Metalloberfläche* 57 (2003) 1/2, 21–26

Formelzeichen

- A Volumenstrom- und Koeffizienten-Matrix
- b Prozessgrößenvektor (rechte Seite des Gleichungssystems)
- c Konzentration in einer Spülstufe
- c Vektor der gesuchten Konzentrationen
- c_{mx} Konzentration (nach unvollständiger Vermischung)
- c_{do} Ausschleppungs-Konzentration (nach unvollständiger Vermischung und Spritzspülen)
- m Masse eines gelösten Stoffes
- \dot{m} Massestrom eines gelösten Stoffes
- t Zeit
- V Volumen
- \dot{V} Volumenstrom
- α Koeffizient der unvollständigen Vermischung
- β Spritzspülkoeffizient
- δ Spritzspülen über dem Behandlungsprozess:
 $\delta = 0$ bei frischen Spülwasser, $\delta = 1$ bei Wasser aus Spüle 1
- γ Rückführgrad

Indizes

- di Einschleppung (drag in)
- do Ausschleppung (drag out)
- def Defizit
- evap Verdunstung (evaporation)
- if Zufluss (in flow)
- of Überlauf (overflow)
- ol Abfluss (outlet)
- sr Spritzspülen (spray rinse)
- k Zählvariable
- n Anzahl der Spülstufen
- R Rückführung