

# Mathematische Fähigkeiten zu Studienbeginn

## Symptome des Wandels – Thesen zur Ursache



Prof. Dr. rer. nat. Angela Schwenk-Schellschmidt  
Beuth Hochschule für Technik Berlin  
Fachbereich Mathematik – Physik – Chemie  
Luxemburger Str. 10  
13353 Berlin  
schwenk@beuth-hochschule.de  
Vorsitzende des **hib**-Landesverbandes Berlin

In einer Langzeitstudie an der Beuth Hochschule für Technik Berlin wurde seit 1995 eine dramatische Verschlechterung der mathematischen Fähigkeiten zu Studienbeginn festgestellt. Doch in letzter Zeit zeigen sich darüber hinaus in Klausuren neuartige Fehler, die es so zuvor noch nicht gab. Dazu gehören fehlende Beachtung von Punkt-vor-Strich-Rechnung, Interpretation von Funktionsanwendung als Multiplikation, mangelnde sinnerfassende Lesefähigkeit von mathematischen Ausdrücken. Im Folgenden werden dazu konkrete Beispiele angegeben und Thesen zur Ursache aufgestellt.

### Das Gehirn verändert sich ständig durch seinen Gebrauch

„Das Gehirn verändert sich ständig durch seinen Gebrauch: Das ist die wichtigste Erkenntnis der Neurobiologie“, schreibt Spitzer.<sup>1)</sup> Werden Fähigkeiten nicht mehr benutzt, dann verlernt man sie wieder. Mit dem Taschenrechner rechnet man nicht, man lässt rechnen.<sup>2)</sup> Das bedeutet, selbst wenn das Einmaleins noch gelernt wurde, später aber häufig Taschenrechner benutzt werden, dann verlernt man es wieder. Dabei verlernt man nicht einfach nur das Rechnen, sondern darüber hinaus die mit dem Rechnen verbundenen abstrakten Konzepte.

Wer Ausdrücke komplett eins zu eins mit allen Klammern abtippt, der wendet die einfachen Regeln wie Punkt-vor-Strich-Rechnung nicht mehr selbst an und verlernt sie wieder. Formeln können dann auch nicht mehr sinnerfassend gelesen werden. Wenn man das Ableiten dem Computer-Algebra-System

überlässt, dann verlernt man nicht nur das Ableiten. Weil man auch nicht mehr entscheiden muss, welche der Ableitungsregeln (Produkt-, Quotienten-, Kettenregel) anzuwenden wären, verlernt man auch das Analysieren von Termen. Wer keine Quadratzahlen auswendig kennt, der versteht auch nicht das Konzept von „Wurzel“.

### Symptome

In den letzten Jahren häufen sich elementare Fehler in einer Form, wie sie zuvor so nicht zu beobachten waren. In einer Mathematik-Klausur des ersten Semesters Elektrotechnik, die ohne Hilfsmittel und damit auch ohne Taschenrechner geschrieben wurde, haben acht Prozent der Studierenden die Wurzel aus 9 nicht zu 3 vereinfacht. Sogar Wurzel aus 1 hat jemand unverändert stehen lassen (s. Abb. 1). Bei dieser Aufgabe wurden die Additionstheoreme abgefragt und es war klar, dass das Ergebnis „1“ lauten müsste. Offensichtlich ist „ $\sqrt{\quad}$ (9)“ vorrangig mit „Benutze Taschenrechner!“ verknüpft und nicht mehr mit „ $\sqrt{\quad}$ (9) = 3“. Das

1) Berechnen Sie mithilfe der Additionstheoreme  $\sin(30^\circ+60^\circ)$

$$\begin{aligned} \sin(30^\circ+60^\circ) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \sin \beta \cdot \cos \alpha \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{3} + \frac{1}{2} \sqrt{3} \\ &= \frac{\sqrt{3} + \sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

Abbildung 1

Allgemein kann beobachtet werden, wie die neuen Medien das Alltagsleben verändern. Gleichzeitig zeigen sich in Mathematik-Klausuren Fehler, die es so zuvor an Hochschulen noch nicht gab; und das ist kein Zufall.

Konzept von „Wurzel“ verkümmert zu einer von vielen Tasten auf dem Taschenrechner, die eigentliche Bedeutung tritt in den Hintergrund. Diese Studierenden kennen zwar den Wert von  $\sqrt{9}$ ; er kann aber, wenn die Aufmerksamkeit geteilt ist, nicht mehr abgerufen werden. Ein anderer Student hat bei der gleichen Aufgabe für  $\sin(30^\circ+60^\circ)$  den Wert  $3^{1/2}$  angegeben, dabei hatte er in einer Ecke seines Blattes sogar noch das korrekte Ergebnis „ $\sin(90^\circ) = 1$ “ vor der eigentlichen Bearbeitung der Aufgaben notiert. Offenbar hatte er keine Kapazität mehr frei für das kritische Reflektieren des Ergebnisses. So wurde weder der Wert des Ergebnisses mit dem vorab korrekt notierten Wert verglichen noch fiel ihm auf, dass sein Sinuswert größer als 1 war.

In einem weiteren Beispiel (s. Abb. 2) aus einer Klausur (mit Rechner, sechstes Semester, Maschinenbau) wurde die Klammerwirkung des Bruchstrichs nicht beachtet. So wird dann  $40/(40+8)$  als  $40/40+8$  berechnet. Es zeigt deutlich, dass ohne mathematische Grundfertigkeiten Hilfsmittel wie Taschenrechner wertlos sind.

Eine neue Fehlerklasse der letzten Jahre besteht darin, dass ein Funktionsaufruf mit einer Multiplikation verwechselt

Handwritten student work showing a formula  $V = \frac{MTBF}{MTBF + MDT}$  and a calculation  $V = \frac{40}{40 + 8} = 9$ .

Abbildung 2

wird. Nicht immer wird der Fehler so deutlich wie in Abb. 3 (drittes Semester, Elektrotechnik) angekündigt. Die Produktregel bezieht sich hier auf den Funktionsaufruf, interpretiert als Produkt  $\cos^*(1/2 \cdot x)$ .

**These 1:**  
Zu starker Einsatz von Taschenrechner bzw. des Computer-Algebra-Systems

Wer mit Zahlenbrüchen nicht mehr umgehen kann, dem fehlt auch das Grundverständnis für symbolische Brüche. Das Beispiel „40 durch die Summe von 40 und 8“ (s. Abb. 2) belegt dies auf beängstigende Weise.

Wie das Beispiel über die falsche Anwendung der Produktregel (s. Abb. 3) zeigt, fehlt den Studierenden zum Teil ein Verständnis für den Funktionsbegriff. Auch hier kommt der Taschenrechnereinsatz als eine Ursache in Frage. „log“, „sin“ sind Tasten auf dem Rechner, genauso wie auch „5“ eine Taste ist. Die Benutzung der Tasten ist gleich und unabhängig von der Bedeutung. Auch die Wirkung der Tasten ist scheinbar gleich: Zahlen werden irgendwie verändert. Früher, in der Vor-Taschenrechner-Ära, mussten diese Funktionen in der Log-Tafel nachgeschlagen werden. Man „erfuhr“ diese

Handwritten student work for a Taylor polynomial problem. It shows  $f(x) = 4\cos(\frac{1}{2}x)$  and asks for the Taylor polynomial of degree 2 with development point  $x_0 = 0$ . The student has written  $f(x) = 4 \cos(\frac{1}{2}x)$ ,  $f'(x) = -4 \sin(\frac{1}{2}x) + 4 \cos \cdot \frac{1}{2}$ , and  $f''(x) = -4 \cos(\frac{1}{2}x) - 2 \sin$ .

Abbildung 3

Funktionen anhand der Wertetabelle. Spitzer<sup>3)</sup> beschreibt die inhaltslose Benutzung der Funktionstasten anhand des Einsatzes von Smartboards in Schulen beim Lesen- und Schreibenlernen: Ein Wort auf dem Smartboard von A nach B zu verschieben (ziehen), ist viel oberflächlicher, als es abzuschreiben. Noch oberflächlicher wäre „Copy-Paste ... Das Wort zu lesen oder gar abzuschreiben, um mich dabei gedanklich mit ihm zu befassen (ohne währenddessen irgendein Schaltfeld anzuklicken), wären tiefe Verarbeitungsschritte, die durch elektronische Medien be- oder gänzlich verhindert werden.“<sup>4)</sup> Heute übernehmen die grafikfähigen Taschenrechner selbst das Zeichnen von Funktionen, weiteres Nachdenken ist nicht mehr erforderlich.

**These 2:** Zu wenig ist automatisiert

Seit dem schlechten Abschneiden Deutschlands in der PISA-Studie hat sich die Aufgabenkultur in den Schulen verändert. Es werden nun mehr Anwendungsprobleme „modelliert“, dabei wird dann nach dem schwierigen Mathematisieren des Problems das „leichte“ Ausrechnen den Hilfsmitteln überlassen. Das Festigen und Automatisieren der elementaren Operationen und Regeln gilt als langweilig, die Bedeutung des Übens wird unterschätzt.

Jeder erfahrene Autofahrer erlebt, dass Bremsen und Kuppeln automatisiert sind, dass er routiniert unwesentliche optische Reize wie Leuchtreklame ausblenden kann und damit ausreichende Arbeitsspeicherkapazität zur Einschätzung der jeweiligen Verkehrssituation hat. Elsbeth Stern, Professorin für Kognitionspsychologie an der ETH Zürich, stellt die Bedeutung des Automatisierens am Beispiel des Lesens heraus: „Ein im Lesen ungeübter Mensch ... muss jeden Buchstaben in einen Laut übertragen und daraus mühsam ein Wort konstruieren. Es wird Arbeitsspeicherkapazität gebunden, die für das Sinnverständnis verloren geht. ... Ein kapitaler Fehler der Bildungsreform der 60er- und 70er-Jahre bestand in der geringen Bedeutung, die dem Üben beigemessen wurde. Man sollte Dinge verstehen und nicht auswendig lernen. Damit wurden künstliche Widersprüche aufgebaut.“<sup>5)</sup> Übertragen auf die Mathematik heißt das, Formeln werden eher buchstabiert und mühsam konstruiert, als vielmehr sinnerfassend gelesen, wie die oben genannten Beispiele demonstrieren.

Training erhöht nicht nur die Aufmerksamkeit für das Wesentliche, sondern hat auch einen positiven Effekt auf den Lernvorgang selbst. Auf die Doppelrolle des Übens geht Roland Schröder, ein pensionierter Mathematiklehrer, in einem Internetforum der Deutschen Mathematiker-Vereinigung sehr treffend ein: „Es wird oft nicht klar genug unterschieden zwischen der Rolle des Rechnens im Zuge einer Problemlösung und der Rolle des Rechnen-Lernens im Rahmen des Mathematik-Lernens.“ Horst Siebert, ein seit 2007 emeritierter Professor für Erwachsenenbildung, zitiert in einem Übersichtsartikel Spitzer: Das Gehirn lerne keine abstrakten Regeln, sondern lerne anhand von Beispielen, die dann natürlich gut ausgesucht sein müssen. „Es wird besser gelernt, wenn zunächst einfache, aber grundlegende Beispiele trainiert werden.“

### These 3: Lebensweise der Digital Natives

Informationen sind, zumindest aus Sicht der Studierenden, jederzeit im Internet verfügbar. Und was man immer wieder finden kann, müsse man sich ja nicht merken. Spitzer<sup>6)</sup> gebraucht dafür den Terminus „Willentliches Vergessen“. Dabei sind Informationen allein nicht wertvoll, wertvoll werden sie erst als vernetztes Wissen.

Die Nutzung des Internets ist selten mit gründlichem Lesen verbunden, die Seiten werden eher ungeduldig überflogen. Kaum einer liest mehr Gebrauchsanweisungen, man erwartet, dass neu gekaufte Geräte intuitiv bedienbar sind. Die Studierenden beherrschen daher, wahrscheinlich besser als die Digital Immigrants, die Methode „Versuch und Irrtum“ und sie haben ein gutes intuitives Gespür, wie etwas funktionieren könnte. Zeitaufwendiges, systematisches Vorgehen und vertiefende Beschäftigung mit Inhalten werden durch die neuen Medien kaum gefördert, aber gerade das ist für den nachhaltigen Lernvorgang notwendig<sup>7)</sup> und speziell für das Entwickeln von mathematischem Verständnis unverzichtbar.

Die modernen Medien ermöglichen permanenten sozialen Kontakt. Dem Zwang zur steten Erreichbarkeit können sich die Studierenden nur schwer entziehen. Smartphonebenutzung in der Vorlesung ist keine Seltenheit. Psychologische Studien belegen, dass häufiges Multitasking nicht etwa besonders gut trainiert, Aufgaben parallel zu erledigen, sondern dass das Gegenteil der Fall ist. Spitzer vermutet, dass Multitasker sich Oberflächlichkeit und Ineffektivität geradezu antrainieren.<sup>8)</sup> Das Gewinnen von tieferem Verständnis mathematischer Sachverhalte erfordert Konzentration; auch ohne wissenschaftliche Studien ist jedem klar, dass Ablenkungen dabei stören.

### These 4: Mangelnder Zeiteinsatz für das Studium

Die Studierenden wenden durchschnittlich nur 23 Stunden pro Woche, also wesentlich weniger Zeit für das Studium auf, als die Leistungspunkte vorsehen. Dabei streuen die Werte individuell stark von 9 bis 53 Stunden pro Woche. Die Untersuchungen von Krueger-Basener bestätigen dies. Schulmeister und Metzger vermuten: „Ein Faktor für den geringen Zeiteinsatz der Studierenden ist möglicherweise zu sehen in ihren vielfältigen Interessen der Teilhabe an der gesellschaftlichen Lebenswirklichkeit, denen gegenüber das Studium einen geringeren Rang einnimmt“, und vermuten damit die oben unter dem Gesichtspunkt Multitasking diskutierte Ablenkung als Zeitfresser.

### Folgerungen für die Lehre

Die flexible Kommunikation über die neuen Medien fördert keinen strukturierten Tagesablauf mit stringenter Planung. Informationssuche im Internet ist unstrukturiert mit zum Teil zufälligen Ergebnissen. Umso wichtiger wird es, in Lehrveranstaltungen einer klaren Struktur zu folgen und diese zu betonen.

Lernen ist kein Speichern wie in Schuhkartons, sondern Lernen und Verarbeitung sind letztlich ein und dasselbe.<sup>9)</sup> Studierende werden angehalten, die Schülermentalität abzulegen.

Studierenden müssen dafür sensibilisiert werden, dass die effektive Zeit für das Lernen zusammenschrumpft, wenn parallel die sozialen Netzwerke gepflegt werden. Darüber hinaus ist Multitasking schädlich für effektives Lernen. 90 Mal eine Minute sind eben keine 90 Minuten am Stück.

Um bei den Studierenden verschollene elementarmathematische Fähigkeiten zu reaktivieren, sollte es auch (immer öfter) Klausuren geben, die ohne Taschenrechner zu schreiben sind.

Mathematik-Lehrveranstaltungen werden oft ohne Übungsveranstaltungen bzw. ersatzweise mit Tutorien angeboten. Studentische Tutoren verfügen jedoch nicht über ausreichende Erfahrungen, um auf typische Fehler hinzuweisen und Fehler entsprechend zu klassifizieren, zu bewerten und zu diskutieren. Daher sollten die Studienpläne und Lehrbedarfsberechnungen Raum für Übungslehrveranstaltungen durch den Lehrenden des zugehörigen Vorlesungsteils vorsehen. ■

**Literatur:**

Krueger-Basener, Maria: Zeitaufwand von Bachelorstudierenden technischer Studiengänge in den ersten Semestern. DNH 6/2011 (2011), S. 244–249.

Ophir, E.; Nass, C.; Wagner, A. D.: Cognitive Control in media multitaskers. In: Proc. Natl. Acad. Sci. USA Vol 106 No. 37 (2009) S. 15583–15587.

Schröder, Roland: Beitrag im Forum der DMV, <https://dmv.mathematik.de/forum.html?func=view&catid=23&id=187>, Zugriff am 29.12.2012

Siebert, Horst: Das Anregungspotenzial der Neurowissenschaften. In: Report – Zeitschrift für Weiterbildungsforschung 3/2003 (2003), S. 9–14.

Schulmeister, Rolf; Metzger, Christiane: Zum Projekt ZEITLast oder: eine realistischere Zeitbudget-Forschung zum Bachelor-Studium. Wissenswert Nr. 02-2011. <http://www.wissenswert-journal.de> Zugriff am 29.12.2012.

Spitzer, Manfred: Digitale Demenz – Wie wir uns und unsere Kinder um den Verstand bringen. Droemer Verlag, 2012.

Stern, Elsbeth: Was Hänschen nicht lernt, lernt Hans hinterher: Der Erwerb geistiger Kompetenzen bei Kindern und Erwachsenen aus kognitionspsychologischer Perspektive. In: Ekkehard Nüssli, eds.: Vom Lernen zum Lehren: Lern- und Lehrforschung für die Weiterbildung. Bielefeld: Bertelsmann 2006, S. 93–105.

- 1) Spitzer, S. 14
- 2) Sinngemäße Übertragung einer Aussage von Spitzer, die er über Navigationsgeräte machte. S. 28
- 3) Spitzer, S. 70 und S. 79
- 4) Stern, a.a.O.
- 5) Stern, a.a.O.
- 6) Spitzer, S. 103
- 7) Spitzer, S. 69
- 8) Spitzer, S. 235
- 9) Spitzer, S. 64



Schleswig-Holstein

**Stärkung der Fachhochschulen ist ein zentrales Ziel für 2013**

Die Stärkung der Fachhochschulen ist eine der Initiativen, die Schleswig-Holsteins Wissenschaftsministerin Prof. Dr. Waltraud Wende 2013 in den Mittelpunkt ihrer Hochschulpolitik stellen will.

Die bestehenden Ansätze der Zusammenarbeit von Universitäten und Fachhochschulen sollen landesweit intensiviert und ausgebaut werden. „Fachhochschulen sind gleichberechtigte Partner im Konzert der akademischen Ausbildung“, so Ministerin Wende. An den Fachhochschulen finde nicht nur exzellente Lehre statt, sondern werde auch anwendungsorientiert geforscht und zum Teil sogar Grundlagenforschung betrieben. Dies gelte es anzuerkennen: Deshalb sollen finanzielle Mittel bereitgestellt werden, um forschungsstarken FH-Professorinnen und FH-Professoren eine Reduzierung ihrer umfangreichen Lehrverpflichtung zu ermöglichen. Wende: „Wir werden außerdem prüfen, wie die Vorlesungszeiten der Fachhochschulen denen der Universitäten angeglichen werden können, damit Fachhochschulen und Universitäten besser in der Lehre kooperieren können und an den Fachhochschulen mehr Raum für Fachbereich übergreifende Projektarbeit und Forschung zur Verfügung steht.“ Außerdem sollen die Masterabsolventinnen und -absolventen der Fachhochschulen mehr als bisher die Möglichkeit erhalten, im Anschluss an ihren Abschluss zu promovieren. In diesem Zusammenhang werde unter anderem die Idee eines Schleswig-Holstein-Promotionskollegs geprüft. Universitäten und Fachhochschulen könnten über eine derartige Konstruktion gemeinsam die Betreuung von Promotionen sicherstellen, erläuterte die Ministerin.

*PM MBW Schleswig-Holstein*



Bund

**Informationen zu Deutschlands Clusterpolitik auf einen Blick**

**Gemeinsame Plattform von BMWi und BMBF ab sofort online**

Am 3. Januar 2013 ist die Clusterplattform Deutschland online gegangen. Das neue Internetportal der Bundesministerien für Wirtschaft und Technologie sowie für Bildung und Forschung ist unter [www.clusterplattform.de](http://www.clusterplattform.de) erreichbar und bietet einen umfassenden Überblick über die clusterpolitischen Maßnahmen des Bundes und der Länder. In Spitzenclustern bündeln führende Unternehmen, Forschungseinrichtungen und weitere Akteure eines Technologie- und Innovationsfeldes ihre Kräfte in einer Region.

Der Bundesminister für Wirtschaft und Technologie, Dr. Philipp Rösler: „Cluster bieten enorme Wettbewerbsvorteile, insbesondere durch verbesserte Arbeitsteilung und stärkeren Wissens- und Erfahrungsaustausch. Sie steigern die Innovationskraft der Akteure und sichern und stärken damit den Produktionsstandort Deutschland.“

Die Bundesministerin für Bildung und Forschung, Prof. Dr. Annette Schavan: „Die deutschen Spitzencluster stärken die Innovationsfähigkeit in den Regionen. Mit ihrem erfolgreichen Brückenschlag zwischen Wissenschaft und Wirtschaft sind sie ein Vorbild für Europa. Das zeigt sich auch daran, dass die Cluster zum Anziehungspunkt für Forscher und Fachkräfte aus aller Welt geworden sind.“

Das Portal erschließt kompakt und anschaulich die regionalen und nationalen Clusterinitiativen sowie die Förderaktivitäten des Bundes und der Länder und soll sich zudem zu einem Dialogforum für Clusterakteure und -forscher entwickeln.

*PM BMBF*